

Общие соображения, которые легли в основу структуры наших учебников

1. Все учебники построены так, что знание не даются учащимся в готовом виде, а добываются каждым ребенком в процессе анализа, обобщения, сравнения, дискуссии. Отсюда – задачный принцип построения предметного содержания – от постановочной вводной задачи, ставящей определенную проблему, до задач, направленных на подведение учащихся к открытию нового способа действия, его конкретизацию, отчасти – для его отработки. Учитель организует учебные действия детей, основные из которых моделирование (графическое и знаковое), действия контроля и оценки. Моделирование позволяет абстрагировать существенные отношения величин от их предметных носителей. Учебная модель, выступая как продукт мыслительного анализа, затем сама может стать особым средством мыслительной деятельности человека. Таким образом, работа учащихся в различных знаковых системах выступает не как формальная и пустая игра со значками, а как обобщенные действия, наполненные содержательным смыслом.

2. Среди задач и примеров есть такие, которые имеют неоднозначные, а порой и просто ошибочные ответы (это так называемые «ловушки»). В учебниках можно выделить пять типов таких «ловушек», включая задания с умышленными ошибками, задания с недостающими или лишними данными, задания, которые могут не иметь однозначного решения или не иметь его вообще, софизмы. Именно такие задания служат основанием для развертывания дискуссий, учат детей думать, а придумывание самими детьми своих заданий, в том числе и заданий с «ловушками», позволяет учителю здесь и сейчас увидеть, понимает ли ученик смысл задания, его существенные характеристики, насколько осмысленно ученик их выполняет. Другими словами, они являются мощным диагностическим средством. Успех достигается не числом выполненных заданий, а глубиной их осмысления. К сожалению, нет такого способа обучения, при котором учитель смог бы «научить детей понимать, что происходит в задаче и тогда вопрос об ошибках отпадет».

Конкретные положения, определяющие предметное содержание учебников

1. Стержневым для всей школьной математики является понятие действительного числа. Поэтому основное содержание предмета «Математика» в начальной школе, связанное с понятием натурального числа, строится так, что натуральные числа, так же как все другие виды чисел, вводимые позже, рассматриваются с единых позиций, позволяющих построить всю систему действительных чисел. Таким основанием для введения всех видов действительных чисел является понятие величины.

2. Обучение начинается с изучения признаков предметов. Действуя с различными предметами, пытаясь найти предмет равный данному по некоторому признаку, дети выделяют такие параметры вещей, которые являются величинами, т.е. свойства, для которых можно установить отношения «равно», «больше», «меньше». При этом выделение каждой конкретной величины (длины, площади, объема, массы и количества) в первую очередь связано с овладением детьми определенным способом сравнения вещей и лишь во вторую со словом-термином.

Результаты сравнения величин фиксируются сначала на «чертежах» соответствующими отношениями отрезков, а затем с помощью буквенных записей вида $A = C$, $A > B$, $B < A$.

3. В ситуации, когда невозможно выполнить непосредственное (путем прикладывания полосок бумаги, переливания воды и т.п.) сравнение величин, дети открывают новый способ

сравнения с помощью мерки и числа. Таким образом, число вводится как инструмент измерения. Измеряя величины различными мерками, дети обнаруживают, что числовая характеристика величины зависит не только от этой величины, но от выбранной мерки, т.е. относительна. Процесс измерения-отмеривания величины отражается в специальной модели – числовой прямой.

4. Далее дети обнаруживают, что предметные измерения при особых условиях могут быть заменены действиями с числами на числовой прямой. Если уже измерили одну величину и если известно, на сколько мерок она больше или меньше другой, то значение этой другой величины можно узнать с помощью числовой прямой. Таким образом, вводятся действия сложения и вычитания чисел, как присчет и отсчет на числовой прямой. Действия с числами описываются выражениями. В дальнейшем ставится задача получения результатов сложения и вычитания при мысленном движении по числовой прямой, тогда начинается этап формирования навыка вычислений.

5. Во 2-м классе задача воспроизведения величины ставится в новых условиях, когда ни одна из имеющихся мерок не укладывается в величине целое число раз. Это приводит детей к новому способу измерения – отмеривания величины с помощью системы (набора) мерок. В результате такого способа измерения значением величины выступает не одно число, а несколько чисел, каждое из которых соответствует одной определенной мерке из набора. Для записи таких значений используется таблица и форма, обычно именуемая формой составного именованного числа.

6. Далее ставится задача воспроизведения величины с помощью заданной мерки в ситуации, когда считать можно только до определенного числа. Учащиеся обнаруживают, что когда счет мерок доходит до последнего возможного числа, все отложенные мерки образуют новую более крупную мерку и измерение может производиться ею. В этом случае отношение между соседними мерками системы остается постоянным, оно равно основанию системы счисления – последнему возможному при счете числу, а сама система мерок является открытой, т. е. при необходимости может быть продолжена.

7. Результат такого способа измерения записывается набором цифр, каждая из которых выражает результат измерения одной определенной меркой системы. Таким образом, дети знакомятся с многозначным числом, количество разрядов в котором может быть, в принципе, любым. Вначале многозначное число представляется в табличном виде, а затем осваивается переход к позиционному способу записи, где смысл каждого знака (цифры) определяется его местом в записи.

Десятичная система счисления рассматривается как частный случай построения многозначного числа, которая в силу своей общепринятости получила определенные наименования разрядов.

Выбор мерок, построение системы мерок, процесс измерения должны быть предметно («вручную») выполнимыми. При этом оказывается удобной, маневренной работа в системах с основанием меньше 5. Таким образом, материал принят нами не для повышения интереса к математике, хотя у некоторых детей он и может наблюдаться, а для возможности организации процесса реальных измерений.